

Hong Kong Mathematics Olympiad (2003 – 2004)

Heat Event (Individual)

香港数学竞赛 (2003 – 2004)

初赛项目(个人)

除非特别声明，答案须用数字表达，并化至最简。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.

1. 设  $A = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots + 2003^2 - 2004^2$ ，求  $A$  的值。

Let  $A = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots + 2003^2 - 2004^2$ , find the value of  $A$ .

2. 若  $\sqrt[2003]{B} = 2003$ ， $C$  是  $B$  的个位数，求  $C$  的值。

If  $\sqrt[2003]{B} = 2003$ ,  $C$  is the unit digit of  $B$ , find the value of  $C$ .

3. 若  $x + y + z = 10$ ， $x^2 + y^2 + z^2 = 10$  及  $xy + yz + zx = m$ ，求  $m$  的值。

If  $x + y + z = 10$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 = 10$ , and  $xy + yz + zx = m$ , find the value of  $m$ .

4. 把自然数按下列方式排列，其中 9 的位置是第 3 列第 2 行。若 2003 的位置是第  $x$  列第  $y$  行，求  $xy$  的值。

Arrange the natural numbers in the following order. In this arrangement, 9 is in the row 3 and the column 2. If the number 2003 is in the row  $x$  and the column  $y$ , find the value of  $xy$ .

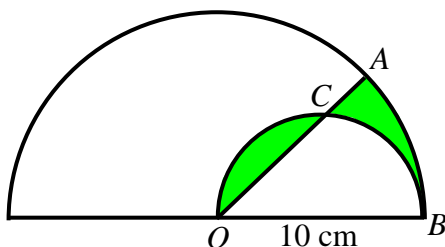
1	2	4	7	11	16	...
3	5	8	12	17	...	
6	9	13	18	...		
10	14	19	...			
15	20	...				
21	...					
...						

5. 设  $E = \sqrt{12+6\sqrt{3}} + \sqrt{12-6\sqrt{3}}$ ，求  $E$  的值。

Let  $E = \sqrt{12+6\sqrt{3}} + \sqrt{12-6\sqrt{3}}$ , find the value of  $E$ .

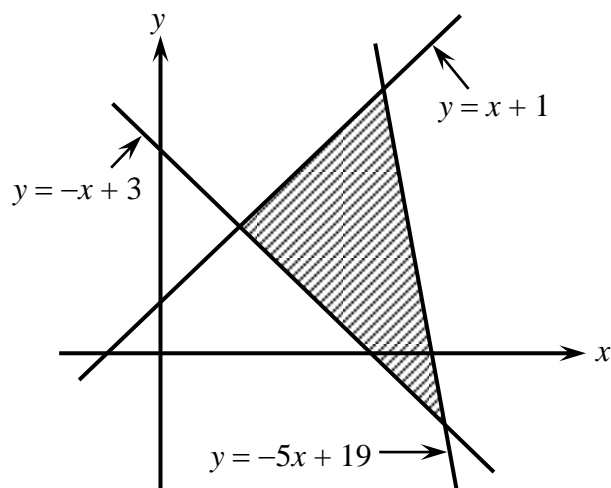
6. 在图中，大半圆的圆心是  $O$ ，半径是 10 cm， $OB$  是小半圆的直径， $C$  是弧  $OB$  的中点且在线段  $OA$  上。设阴影部分的面积是  $K \text{ cm}^2$ ，求  $K$  的值。(取  $\pi = 3$ )

In the figure,  $O$  is the centre of the bigger semicircle with radius 10 cm,  $OB$  is the diameter of the smaller semicircle and  $C$  is the midpoint of arc  $OB$  and it lies on the segment  $OA$ . Let the area of the shaded region be  $K \text{ cm}^2$ , find the value of  $K$ . (Take  $\pi = 3$ )



7. 在图中，设被三条直线  $y = -x + 3$ ,  $y = x + 1$  及  $y = -5x + 19$  所围出的阴影部分的面积是  $R$ ，求  $R$  的值。

In the figure, let the shaded area formed by the three straight lines  $y = -x + 3$ ,  $y = x + 1$  and  $y = -5x + 19$  be  $R$ , find the value of  $R$ .

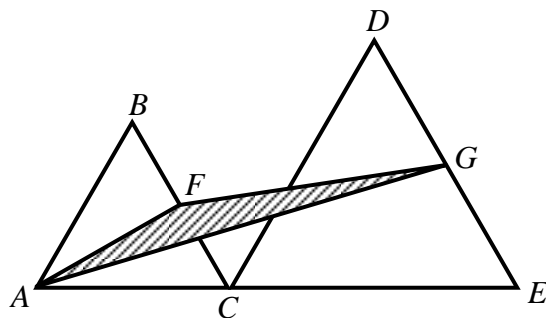


8. 若  $t = \sin^4 \frac{\pi}{6} - \cos^2 \frac{2\pi}{6}$ ，求  $t$  的值。

If  $t = \sin^4 \frac{\pi}{6} - \cos^2 \frac{2\pi}{6}$ , find the value of  $t$ .

9. 在图中， $C$  在  $AE$  上， $\triangle ABC$  和  $\triangle CDE$  是等边三角形，且  $F$ 、 $G$  分别是  $BC$  和  $DE$  的中点。若  $\triangle ABC$  的面积是  $24 \text{ cm}^2$ ， $\triangle CDE$  的面积是  $60 \text{ cm}^2$ ， $\triangle AFG$  的面积是  $Q \text{ cm}^2$ ，求  $Q$  的值。

In the figure,  $C$  lies on  $AE$ ,  $\triangle ABC$  and  $\triangle CDE$  are equilateral triangles,  $F$  and  $G$  are the midpoints of  $BC$  and  $DE$  respectively. If the area of  $\triangle ABC$  is  $24 \text{ cm}^2$ , the area of  $\triangle CDE$  is  $60 \text{ cm}^2$ , and the area of  $\triangle AFG$  is  $Q \text{ cm}^2$ , find the value of  $Q$ .



10. 若  $\alpha$  和  $\beta$  是二次方程式  $4x^2 - 10x + 3 = 0$  的根 及  $k = \alpha^2 + \beta^2$ , 求  $k$  的值。

If  $\alpha$  and  $\beta$  are the roots of the quadratic equation  $4x^2 - 10x + 3 = 0$  and  $k = \alpha^2 + \beta^2$ , find the value of  $k$ .